Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

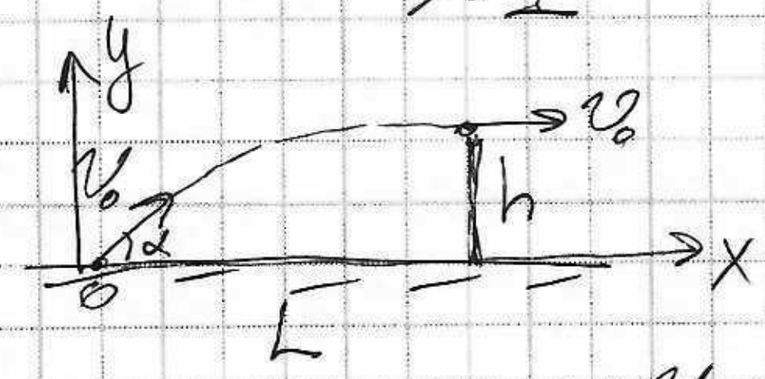
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 1

№1

Дано:
$h = 5м$
$L = 10м$
$v = v_0$
$g = 10 \frac{м}{с^2}$
$v_0 - ? \; a - ?$



Зр-ия движения на Ox: $v_0 - v_0 \cos\alpha = at$

$v_0 \cos\alpha \, t + \frac{at^2}{2} = L$

На Oy: $v_0 \sin\alpha = gt$

$v_0 \sin\alpha \, t - \frac{gt^2}{2} = h$

$t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0(1-\cos\alpha)}{a} \Rightarrow a = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} g$

$h = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g} \Rightarrow v_0 \sin\alpha = \sqrt{gh} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{h}{g}}$

$v_0 \cos\alpha \sqrt{\frac{h}{g}} + \frac{ah}{2g} = L$

$\cos\alpha = \frac{L - \frac{ah}{2g}}{v_0 \sqrt{\frac{h}{g}}}$ $\sin\alpha = \frac{\sqrt{gh}}{v_0}$

Тогда $a = \frac{v_0 \sqrt{\frac{h}{g}} - L + \frac{ah}{2g}}{v_0 \sqrt{\frac{h}{g}}} g \frac{v_0}{\sqrt{gh}}$ и

$a = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{gh}{v_0^2}}}{\sqrt{h}} \sqrt{g} v_0$

Решая их совместно, найдём

$v_0^2 - gh = 4L^2 \frac{g}{h} + v_0^2 - 4L\sqrt{\frac{g}{h}} v_0$

$v_0 = \frac{4L\frac{g}{h} + gh}{4L\sqrt{\frac{g}{h}}} = 15{,}03 \frac{м}{с}$

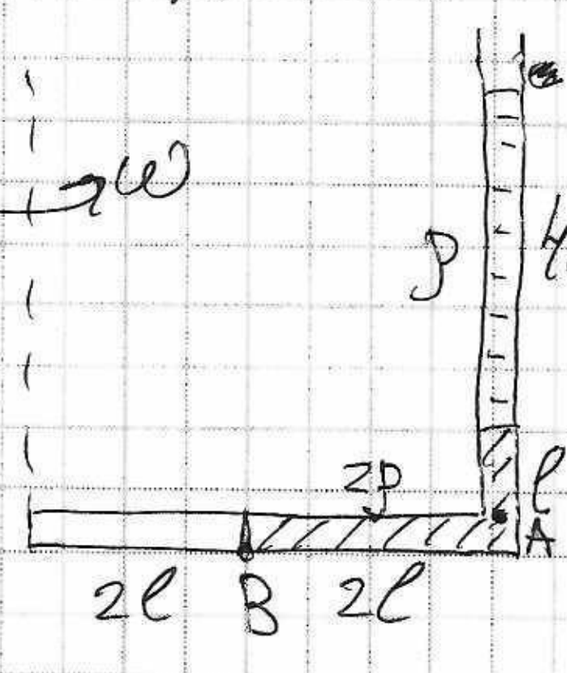
Можно использовать оборот листа для записи решений

$$a = 2\sqrt{\frac{g}{h}}\,v_0 - 2L\frac{g}{h} = \frac{4L^2\frac{g}{h} + gh}{2L} - 2L\frac{g}{h} = \frac{gh}{2L} = 2{,}5\ \frac{м}{с^2}$$

Ответ: $v_0 = 15{,}03\ \frac{м}{с}$, $a = 2{,}5\ \frac{м}{с^2}$.

№5

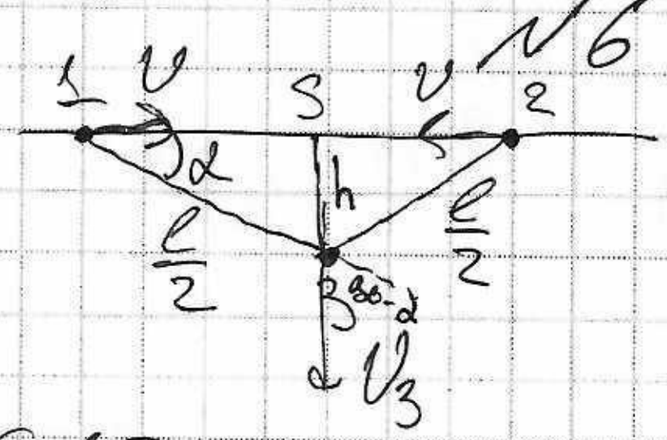
Дано:
$\ell, 3\ell, 4\ell$
$p, 2p$
$T = const$
$\omega - ?$



Т.к. изначально система в равновесии, то давление воздуха равно $4p_0\ell$. $T = const \Rightarrow$
$4p_0\ell \cdot S\ell = p_B \cdot 2S\ell$
Давление после смещения воздуха увеличилось в обеих ~~будет равным в них будет~~ $p_B = 2p_0\ell$
$p_A = 2p_0\ell + 4p_0\ell = 6p_0\ell$
~~По Th. о движ. центра~~
По Th. о движ. центра масс участка
$AB: S(p_A - p_B) = 4pSl \cdot \omega^2 \cdot 3l = 12pSl^2\omega^2 = 6p_0\ell S$
$2p_0\ell S = 4p_0\ell S \Rightarrow 3\omega^2 l = g \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{3\ell}}$
Ответ: $\omega = \sqrt{\frac{g}{3\ell}}$

№6

Дано:
$\ell = 1{,}5м$
$S = 1{,}2м$
$m = 0{,}1кг$
$g = 10\ \frac{м}{с^2}$
$v_1 - ? \quad v_2 - ?$
$v_3 - ? \quad T - ?$



ЗСЭ для системы:
$\frac{m(2v^2 + v_3^2)}{2} = mgh$

Из симметрии
$v_1 = v_2 = v$
Также из симметрии ясно, что v_3 направлена вниз. $h = \sqrt{\frac{\ell^2}{4} - \frac{S^2}{4}}$

olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

$2v^2 + v_3^2 = 2g\sqrt{\frac{\ell^2}{4} - \frac{S^2}{24}}$

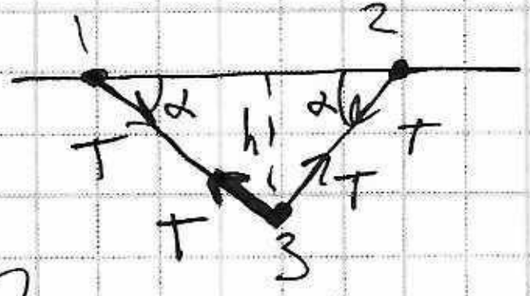
Условие нерастяж. нити: $v\cos\alpha = v_3\sin\alpha$

$v = v_3 \operatorname{tg}\alpha = v_3 \frac{2h}{S}$

$2v_3^2\left(2\cdot\frac{4h^2}{S^2}+1\right) = 2g\sqrt{\frac{\ell^2}{4} - \frac{S^2}{24}}$

$v_3 = \sqrt{\frac{2g\sqrt{\frac{\ell^2}{4} - \frac{S^2}{12}}}{2\left(\frac{\ell^2 - \frac{1}{2}S^2}{S^2}\right)+1}} = 2{,}06\ \frac{м}{с}$

$v_1 = v_2 = v = v_3\frac{2h}{S} = \frac{2}{S}\sqrt{\frac{2g\sqrt{\frac{\ell^2 - S^2}{4}}}{2\left(\frac{\ell^2 - S^2}{S^2}\right)+1}} \cdot \sqrt{\frac{\ell^2}{4} - \frac{S^2}{4}} = 1{,}54\ \frac{м}{с}$



~~Если $v = v_3\operatorname{tg}\alpha$, то $a = a_3\operatorname{tg}\alpha + v_3 \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha}\cdot\frac{d\alpha}{dt}$~~

~~Продиффер. ЗСЭ: $4va + 2v_3a_3 = 2g\frac{dh}{dt} = 2gv_3$~~

~~$a_3 = g - \frac{2v}{v_3}a$~~

II з.н. Ньютона для 1: $T\cos\alpha = ma$

для 3: $-2T\sin\alpha + mg = ma_3$

~~$-2T\sin\alpha = m(a_3 - g) = -m\frac{2v}{v_3}a$~~

$v = v_3\operatorname{tg}\alpha \Rightarrow a = a_3\operatorname{tg}\alpha + v_3\frac{1}{\cos^2\alpha}\dot{\alpha} = a_3\operatorname{tg}\alpha + \frac{v_3}{\cos^2\alpha}\cdot\frac{2}{\ell}\left(v_3 + \frac{2h}{S}v\right)$

$T\cos\alpha = ma_3\operatorname{tg}\alpha + m\frac{2v_3\left(v_3 + \frac{2h}{S}v\right)}{\ell\cos^2\alpha}$

$T\cos\alpha = -2T\sin\alpha\operatorname{tg}\alpha + mg\operatorname{tg}\alpha + m\frac{2v_3\left(v_3 + \frac{2h}{S}v\right)}{\ell\cos^2\alpha}$

$T = \frac{mg\operatorname{tg}\alpha + \frac{2v_3\left(v_3 + \frac{2h}{S}v\right)}{\ell\cos^2\alpha}}{\cos\alpha + 2\sin\alpha\operatorname{tg}\alpha} = 1{,}25\text{Н}$

$\operatorname{tg}\alpha = 0{,}75$

$\sin\alpha = 0{,}6 \quad \cos\alpha = 0{,}8 \quad h = 0{,}45\text{м}$

Можно использовать оборот листа для записи решений

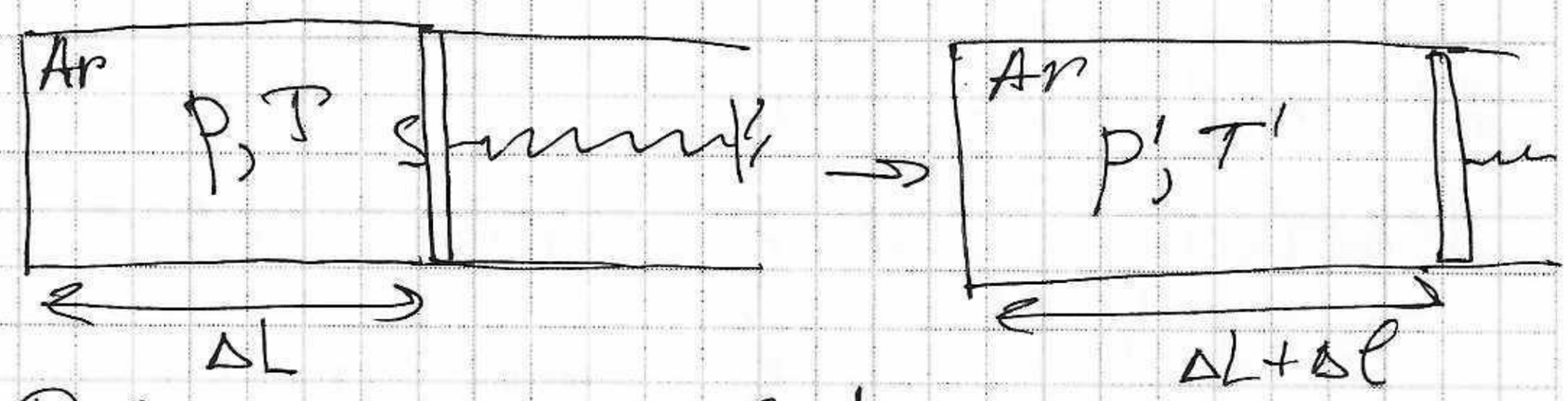
Ответ: $\upsilon_1 = \upsilon_2 = 1{,}54 \frac{м}{с}$; $\upsilon_3 = 2{,}06 \frac{м}{с}$;
$T = 1{,}25$ Н.

№4

Дано:

$\Delta L = 5$ см
$A = 1{,}5$ кДж
$\Delta l = 5$ см

Q - ?



Равн. поршня: $pS = k\Delta L$

$pVS\Delta L = \nu RT$ - ур-ие сост. газа

I нач. терм. $Q = A + \Delta U$

$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T' - T)$

$p'S(\Delta L + \Delta l) = k(\Delta L + \Delta l)$ и $p'S(\Delta L + \Delta l) = \nu RT'$

$\Delta L = \Delta l \Rightarrow p'S = 2k\Delta L \Rightarrow p' = 2p$

$2pS(\Delta L + \Delta l) \cdot 2\Delta L = \nu RT' = 4pS\Delta L$

$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot 3pS\Delta L = \frac{9}{2}k\Delta L^2$

A - Работа газа равна изменению энергии пружины:

$A = \frac{k}{2}(4\Delta L^2 - \Delta L^2) = \frac{3}{2}k\Delta L^2$

$\Delta U = 3A \Rightarrow Q = 4A = 6$ кДж

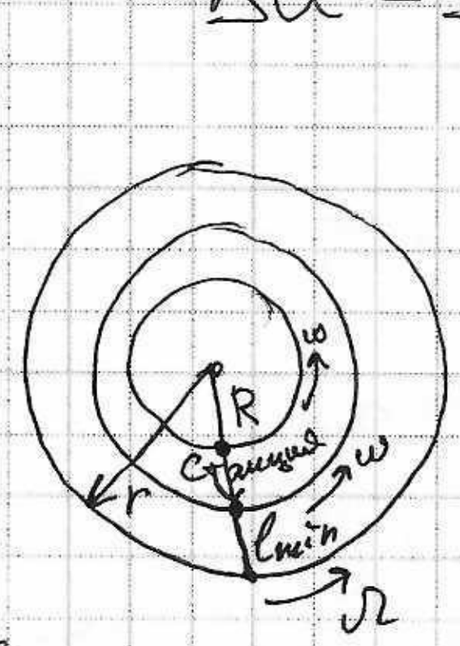
Ответ: 6 кДж

№2

Дано:

R

l_{min} - ?



$\omega = \frac{2\pi}{T}$. Перейдем в СО планеты, тогда второй спутник имеет отн. скорость $\Omega - \omega$.

$\Omega - \omega = \frac{2\pi}{T} = \omega$, т.к. через сутки опять должен пролететь над станцией $\Omega = 2\omega$. II з-н. Ньютона для спутников:

$\frac{\gamma M m_1}{R^2} = m_1\omega^2 R$ $\frac{\gamma M m_2}{r^2} = m_2 \cdot 4\omega^2 r$ $\frac{r^3}{R^3} = \frac{1}{4} \Rightarrow r = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}} R$

$l_{min} = R - r = R\left(1 - \sqrt[3]{\frac{1}{4}}\right) = 0{,}37R$ Ответ: $0{,}37R$

olymp.bmstu.ru

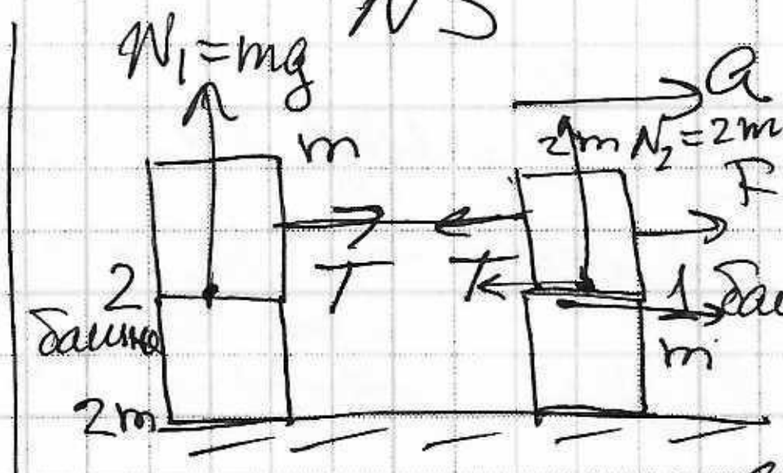
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

N3

Дано:
$T_0 = 10\,Н$
$\mu = 0{,}5$
$m = 1\,кг$
$g = 10\,\frac{м}{с^2}$
$t - ?$



Чтобы конструкция не разбилась сразу, она должна прийти в движение как одно целое с ускорением a. Рассм. ситуации разрушения

1) Разрыв нити

$F - T = 3ma \quad T = 3ma \Rightarrow T = \frac{F}{2}$, т.е. если $T_0 = 10\,Н \Rightarrow F = 20\,Н$

2) проскальзывание в 1 башне:

$F - T - 2\mu mg = 2ma$ и $2\mu mg = ma$

$\frac{F}{2} = 6\mu mg \Rightarrow F = 60\,Н$

3) проскальзывание во 2 башне:

$T - \mu mg = ma \quad \mu mg = 2ma$

$T = \frac{3}{2}\mu mg \Rightarrow F = 3\mu mg = 15\,Н$

Первым начнется проскальзывание во 2 башне.

Из графика находим, что это случится при $t = 14\,с$.

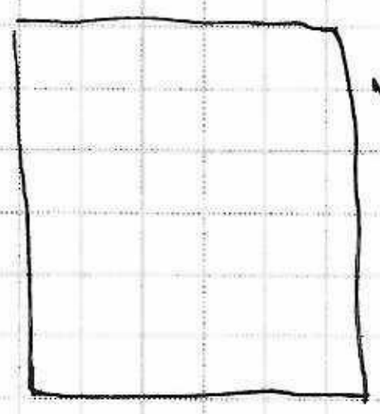
Ответ: 14 с.

Можно использовать оборот листа для записи решений

Ситуационная задача (№7)

$V = 1\,л$
$P_0 = 0{,}5\,атм$
$T_0 = 293\,К$

$m_{Al_2O_3} - ?$
$P - ?$



Пусть изн. ν молей O_2.
Только $\frac{\nu}{2}$ реагирует.
Тогда ~~масса~~ кол-во прореаг.
$Al - \frac{4}{3}\nu$, а выделилось $\frac{\nu}{3}$ оксида.

$P_0V = \nu RT_0$ – до после сгорания:

$PV = \frac{\nu}{2}RT$

$\nu = \frac{P_0V}{RT_0}$ $\left(R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}\right)$

$m_{Al_2O_3} = \frac{\nu}{3} \cdot \mu_{Al_2O_3} = \frac{P_0V}{3RT_0} \cdot 0{,}102 = 0{,}7\,г$

2) $P = \frac{\nu RT}{2V}$ ~~Воспользуемся~~

Изменение внутренней энергии непрореагировавшего кислорода

$\Delta U = \frac{5}{2}\nu \cdot \frac{1}{2}R(T - T_0)$

Ответ: ~~одна~~ 0,7г.